

Sommario

Sommario	2
I numeri	3
I sistemi di numerazione	3
Il sistema decimale	3
Il sistema binario	5
Conversioni di base	6
Conversione da decimale a binario	6
Esercizi	7
Conversione da binario a decimale	8
Esercizi	9
Le operazioni fondamentali.....	10
L'addizione in base 2	10
Osservazione	11
Esercizi	12
La sottrazione in base 2	12
Esercizi	15
Rappresentabilità binaria.....	16
Esercizi di riepilogo	17

I numeri

I **numeri** sono concetti matematici astratti, che permettono di descrivere *quantitativamente* gli elementi di un insieme, di indicare la *posizione* in un elenco di elementi, oppure di esprimere il *rapporto* tra grandezze dello stesso tipo.

Ad es. il numero 5 non “esiste” in natura, ma è un concetto matematico astratto che corrisponde ad una quantità per noi ben precisa, così come essere “il quinto” di una graduatoria significa occupare un determinato posto, e così via.

I sistemi di numerazione

Per **sistema di numerazione** si intende un insieme di *simboli* di rappresentazione dei numeri e di *regole* per contare ed eseguire operazioni. I simboli sono denominati **cifre**.

Nel corso della storia l'uomo ha saputo inventare mezzi pratici che gli hanno permesso di designare, prima oralmente e poi per iscritto, molti numeri con pochi simboli. A tal fine gli è stata necessaria una “scala convenzionale” di simboli, che ora noi chiamiamo *base*, per classificare numeri sempre più grandi, evitando sforzi di memoria o di rappresentazione macchinosa. Una **base di numerazione** può essere definita come *il numero di simboli utilizzati per rappresentare i numeri*; ad es. in base 10 si utilizzano 10 simboli diversi: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Nel corso della storia l'uomo ha usato diverse basi e tuttora sono in uso, o se ne trovano tracce, sistemi di base 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20 e 60. Alla base dieci, che l'uomo primitivo ha scelto per ovvie ragioni antropomorfe (poiché dieci sono le dita delle mani, utilizzate da subito anche come strumento per contare), sono state fatte diverse critiche a partire dal seicento e molti hanno proposto basi alternative da adottare. Ad es. Blaise Pascal avrebbe scelto la base 12; E. Wiegel proponeva invece, a partire dal 1673, la base 4; il re Carlo XII di Svezia pensò, all'inizio del settecento, di introdurre la base 8 nel suo regno, ecc....

Il sistema decimale

Il sistema di numerazione oggi più diffuso è quello **decimale**, dove i numeri inferiori o uguali a dieci, come pure le potenze successive di dieci, ricevono ciascuno un nome individuale (uno, due, tre quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci, cento, mille, etc.), mentre i nomi dei numeri intermedi sono parole composte a partire dalle precedenti, seguendo un principio additivo o moltiplicativo. L'adozione, quasi universale, della base dieci è stata indubbiamente imposta

dall'anatomia delle mani, perché sulle dieci dita l'uomo ha imparato a contare. Escluso però il merito anatomico, la base dieci presenta pochi vantaggi da un punto di vista matematico o pratico.

Il sistema di numerazione decimale da noi utilizzato è un sistema **posizionale**, cioè *il valore delle cifre dipende dalla posizione che occupano nel numero*. Spostandosi a sinistra di una posizione il valore della cifra viene moltiplicato per dieci.

Ad es. nel numero *431* la cifra 1 rappresenta una unità, mentre la cifra 3 rappresenta tre decine e la cifra 4 quattro centinaia; nel numero *314* (composto dalle stesse cifre del precedente) la quantità numerica espressa è differente, in quanto sono differenti le posizioni occupate dalle cifre 1 3 e 4.

Esistono anche sistemi non posizionali come, ad es., quello degli antichi numeri romani:

<i>I</i>	=	1
<i>II</i>	=	2
<i>III</i>	=	3
<i>IV</i>	=	4
<i>V</i>	=	5

In un sistema posizionale, il “peso” delle cifre aumenta via via che si procede da destra verso sinistra; infatti la cifra più a destra si dice che è in posizione 0, la cifra successiva in posizione 1, la successiva ancora in posizione 2 e così via. Qualsiasi sia il numero di cifre che compone il numero, la cifra più a destra è la *meno significativa*, mentre quella più a sinistra è la *più significativa*.

Per meglio chiarire quanto detto finora consideriamo il seguente esempio: il numero 350 può essere espresso come:

$$350 = 0 \cdot 1 + 5 \cdot 10 + 3 \cdot 100 = 0 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2$$

La cifra 0 ha peso 0, la cifra 5 ha peso 1, la cifra 3 ha peso 2; infatti ciascuna di esse viene moltiplicata per 10 (che è la base di numerazione) elevato al peso della cifra corrispondente. Infine, in questo numero la cifra meno significativa è 0, quella più significativa è 3.

Altri esempi:

$$42 = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 10 = 2 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1$$

$$867 = 7 \cdot 1 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 100 = 7 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^2$$

$$9.015 = 5 \cdot 1 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 100 + 9 \cdot 1.000 = 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^3$$

Il sistema binario

La numerazione binaria, che adotta la base due e utilizza solo le cifre “0” e “1” è, oltre a quella decimale, di impiego piuttosto frequente. Si tratta di una numerazione semplicissima, la più arcaica e insieme la più moderna numerazione posizionale, tant’è che la potenza del calcolo dei computer deriva proprio dall’utilizzo del codice binario. Infatti questo sistema trova corrispondenza con i componenti elettronici che funzionano in modalità on/off, cioè con le condizioni di acceso/spento oppure di sì/no.

Le cifre 0 e 1 sono chiamate anche **bit**, dalla contrazione dei termini inglesi *binary digit*, che letteralmente significano proprio “cifra binaria”.

Anche il sistema binario è un sistema posizionale, per cui vale ancora quanto detto per il sistema decimale; ad esempio:

$$\begin{aligned}10111 &= 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 \\10111 &= 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 16 = 1 + 2 + 4 + 16 = 23\end{aligned}$$

Si noti che il numero binario è composto solo dalle cifre 0 e 1 e che ciascuna di esse è moltiplicata per la base (2) elevata alla sua posizione nel numero.

Per indicare in quale base è espresso un numero, verrà utilizzata la notazione seguente:

$$(10111)_2 = (23)_{10}$$

In questo modo si evidenzia che il primo numero è espresso in base 2 e il secondo in base 10; d’ora in poi verrà utilizzata sempre questa notazione.

Conversioni di base

Essendo i numeri concetti astratti rappresentabili in una qualsiasi base di numerazione (a seconda di quanti simboli si possono combinare tra loro) è possibile che la stessa quantità sia descritta in modi diversi.

Ciò comporta la necessità di passare da una base di numerazione ad un'altra, attraverso dei meccanismi matematici molto semplici.

L'operazione con cui si passa da una base di numerazione ad un'altra, di chiama **conversione di base**. Tra tutte le possibili conversioni, ci concentreremo sulla conversione dalla base decimale alla base binaria e viceversa; per semplicità considereremo solo numeri interi positivi.

Conversione da decimale a binario

Per convertire un numero intero dalla base decimale a quella binaria, occorre dividere ripetutamente per 2, fermandosi solo quando si ottiene un quoziente nullo: i resti delle divisioni effettuate, presi in ordine inverso a quello con cui sono stati calcolati, formano il numero convertito. Ovviamente i resti ottenuti nelle varie divisioni sono numeri minori di 2, ovvero possono essere solo 0 e 1.

Vediamo un esempio: rappresentiamo il numero decimale 11 in binario.

Per prima cosa, scriviamo il numero 11 e tiriamo una linea verticale a destra del numero, poi dividiamo per 2 e mettiamo il risultato sotto il numero e il resto a destra della linea.

$$\begin{array}{r|l} 11 & 1 \\ 2 & \end{array}$$

Infatti: $11 : 2 = 5$ con resto 1. Continuiamo a dividere per 2 l'ultimo numero della colonna di sinistra, mettendo sempre il risultato sotto il numero e il resto a destra della linea.

$$\begin{array}{r|l} 11 & 1 \\ 2 & 5 \\ 2 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{array}$$

Infatti: $5 : 2 = 2$ con resto 1. Proseguiamo la divisione per 2, mettendo sempre il risultato sotto il numero e il resto a destra della linea, finché non otteniamo nella colonna di sinistra il valore 0.

$$\begin{array}{r|l}
 11 & 1 \\
 5 & 1 \\
 2 & 0 \quad \uparrow \\
 1 & 1 \\
 0 &
 \end{array}$$

A questo punto la procedura di conversione è finita e i resti letti in ordine inverso (dal basso verso l'alto) corrispondono alla rappresentazione binaria:

$$(11)_{10} = (1011)_2$$

Come altro esempio, convertiamo il numero 61 dalla base 10 alla base 2, ottenendo il numero binario 111101. Infatti:

$$\begin{array}{r|l}
 61 & 1 \\
 30 & 0 \\
 15 & 1 \\
 7 & 1 \quad \uparrow \\
 3 & 1 \\
 1 & 1 \\
 0 &
 \end{array}$$

Esercizi

Scrivere la rappresentazione binaria dei seguenti numeri decimali:

- 1) 30
- 2) 36
- 3) 45
- 4) 54
- 5) 78
- 6) 99
- 7) 100
- 8) 127
- 9) 200
- 10) 255

Conversione da binario a decimale

Per convertire un numero dalla base di numerazione binaria a quella decimale è necessario moltiplicare ogni cifra del numero da convertire per la base 2 elevata alla sua posizione e sommare l'insieme dei risultati così ottenuti. Il risultato della somma rappresenta il numero decimale.

Come primo esempio, convertiamo il numero binario 1011 in decimale.

Tenendo conto che le posizioni delle cifre partono da 0 e aumentano di 1 da destra verso sinistra, scriviamo tali posizioni sopra ciascuna cifra:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Successivamente, moltiplichiamo ciascuna cifra per la base 2 elevata alla sua posizione, e sommiamo tra loro i vari termini, procedendo da destra verso sinistra:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3$$

Sviluppiamo le potenze, quindi risolviamo:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 8 = \\ = 1 + 2 + 0 + 8 = \\ = 11$$

Abbiamo quindi ottenuto che:

$$(1011)_2 = (11)_{10}$$

Come altro esempio, convertiamo il numero 1001110 dalla base 2 alla base 10, ottenendo il numero decimale 78. Infatti:

$$\begin{array}{cccccccc} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 = \\ = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 64 = \\ = 0 + 2 + 4 + 8 + 0 + 0 + 64 = \\ = (78)_{10}$$

Si noti che in corrispondenza della cifra 0 si ottiene sempre zero, per cui è possibile, nello svolgimento degli esercizi, ignorare completamente i termini nulli; inoltre, le potenze del 2 in corrispondenza delle cifre 1 sono sempre moltiplicate per 1, quindi il prodotto è sempre pari allo sviluppo della potenza stessa.

Esercizi

Scrivere la rappresentazione decimale dei seguenti numeri binari:

- 1) 1010
- 2) 11101
- 3) 110011
- 4) 010101
- 5) 1010101
- 6) 1111000
- 7) 1111111
- 8) 10011001
- 9) 10101010
- 10) 11001101

Le operazioni fondamentali

Le quattro operazioni aritmetiche ben note nel sistema decimale (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione) possono essere effettuate anche nel sistema binario, con modalità molto simili. Nella nostra trattazione ci concentreremo solo sulle due operazioni fondamentali, ovvero l'addizione e la sottrazione.

L'addizione in base 2

La somma fra due numeri binari segue le stesse regole della numerazione decimale; per calcolare la somma di due numeri binari occorre, per prima cosa, disporli in modo che risultino in colonna le cifre intere dello stesso ordine; successivamente si sommano le cifre dello stesso ordine, effettuando eventuali riporti se necessario.

Inoltre, l'addizione binaria segue la seguente semplice **regola**:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10 \text{ (ovvero } 0 \text{ con riporto } 1)$$

Come primo esempio eseguiamo la somma binaria:

$$1011 + 10$$

Mettiamo i numeri in colonna, come siamo abituati a fare in base decimale, e predisponiamo l'operazione di addizione:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ + \\ \quad \quad 1 \ 0 \ = \\ \hline \end{array}$$

A partire dalle cifre meno significative eseguiamo la somma $1 + 0 = 1$ e scriviamo il risultato nella colonna corrispondente:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ + \\ \quad \quad 1 \ 0 \ = \\ \hline \quad \quad \quad 1 \end{array}$$

Quindi passiamo alle cifre successive e otteniamo $1 + 1 = 0$ con riporto 1; scriviamo il risultato nella colonna corrispondente e segniamo il riporto nella colonna successiva (nello svolgimento degli esercizi è *obbligatorio* segnare i riporti):

$$\begin{array}{r}
 1 \overset{1}{0} 1 1 + \\
 \underline{\quad 1 0 =} \\
 0 1
 \end{array}$$

Procedendo alla stessa maniera, otteniamo la cifra successiva del risultato, sommando il riporto con la cifra corrispondente del primo numero ($1 + 0 = 1$):

$$\begin{array}{r}
 1 \overset{1}{0} 1 1 + \\
 \underline{\quad 1 0 =} \\
 1 0 1
 \end{array}$$

Infine, otteniamo:

$$\begin{array}{r}
 1 \overset{1}{0} 1 1 + \\
 \underline{\quad 1 0 =} \\
 1 1 0 1
 \end{array}$$

Abbiamo dunque ottenuto che $1011 + 10 = 1101$; se convertiamo tutte e tre i numeri in base decimale, verificiamo la corrispondenza:

$$\begin{aligned}
 (1011)_2 &= (11)_{10} \\
 (10)_2 &= (2)_{10} \\
 (1101)_2 &= (13)_{10}
 \end{aligned}$$

E in base 10, possiamo verificare la correttezza del calcolo: $11 + 2 = 13$.

Ecco un altro esempio:

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{1} \overset{1}{1} \overset{1}{0} \overset{1}{1} 1 0 \overset{1}{0} 1 + \\
 \quad \quad \quad \quad 1 0 1 1 0 1 = \\
 \hline
 1 0 0 0 0 0 1 1 0
 \end{array}$$

Possiamo verificare che:

$$\begin{aligned}
 (11011001)_2 &= (217)_{10} \\
 (101101)_2 &= (45)_{10} \\
 (100000110)_2 &= (262)_{10}
 \end{aligned}$$

E in base 10, possiamo verificare la correttezza del calcolo: $217 + 45 = 262$.

Osservazione

In molti casi pratici, può essere necessario effettuare la somma di due cifre 1 con un riporto, ovvero trovarsi nel caso $1 + 1 + 1$: niente paura!

In questo caso il risultato sarà semplicemente 1 con riporto di 1. Infatti, applicando la proprietà associativa della somma, si ottiene che:

$$1 + 1 + 1 = (1 + 1) + 1 = 10 + 1 = 11$$

Esercizi

Eseguire le seguenti addizioni binarie e verificare in base 10:

- 1) $1010 + 11$
- 2) $1111 + 101$
- 3) $101110 + 111$
- 4) $101 + 1100110$
- 5) $1111000 + 10111$
- 6) $01010101 + 110011$
- 7) $10101 + 11111111$
- 8) $11110000 + 11110001$
- 9) $11000110 + 01100011$
- 10) $10101010 + 10111011$

La sottrazione in base 2

La sottrazione fra due numeri binari segue le stesse regole della numerazione decimale; per calcolare la differenza di due numeri binari occorre, per prima cosa, disporli in modo che risultino in colonna le cifre intere dello stesso ordine; successivamente si sottraggono le cifre dello stesso ordine, richiedendo eventuali prestiti dalle cifre più significative se necessario.

Inoltre, la sottrazione binaria segue la seguente semplice regola:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$10 - 1 = 1$$

Si noti che l'operazione 0-1 non è direttamente eseguibile, ma occorre effettuare un prestito dalla cifra più significativa, la quale a sua volta diminuirà di una unità.

Come primo esempio eseguiamo la sottrazione binaria:

$$1011 - 10$$

Mettiamo i numeri in colonna, come siamo abituati a fare in base decimale, e predisponiamo l'operazione di sottrazione:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ } = \end{array}$$

A partire dalle cifre meno significative eseguiamo la differenza $1 - 0 = 1$ e scriviamo il risultato nella colonna corrispondente:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ } = \\ 1 \end{array}$$

Quindi passiamo alle cifre successive e otteniamo $1 - 1 = 0$; scriviamo il risultato nella colonna corrispondente:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ } = \\ 0 \ 1 \end{array}$$

Procedendo alla stessa maniera con le cifre successive, otteniamo:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ } = \\ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \end{array}$$

Abbiamo dunque ottenuto che $1011 - 10 = 1001$; se convertiamo tutte e tre i numeri in base decimale, verifichiamo la corrispondenza:

$$\begin{aligned} (1011)_2 &= (11)_{10} \\ (10)_2 &= (2)_{10} \\ (1001)_2 &= (9)_{10} \end{aligned}$$

E in base 10, possiamo verificare la correttezza del calcolo: $11 - 2 = 9$.

Ecco un altro esempio:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ } = \\ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \end{array}$$

Per comprendere come si è giunti al risultato, seguiamo passo dopo passo l'operazione.

Per le prime due cifre meno significative, l'operazione è semplice, infatti $1-1=0$ e $0-0=0$:

$$\begin{array}{r} 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ - \\ \underline{ \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ } = \\ 0 \ 0 \end{array}$$

Con la cifra successiva abbiamo bisogno di un prestito dalla cifra più a sinistra, in quanto $0 - 1$ non è un'operazione possibile. A questo punto, lo 0 con il prestito diventa 10 e la cifra successiva da 1 diventa 0 (diminuisce di un'unità), per cui si ottiene:

$$\begin{array}{r}
 0\ 10 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

La cifra successiva adesso è 0 e non più 1, per cui si ottiene $0 - 0 = 0$:

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

Per la cifra successiva non ci sono problemi ($1 - 0 = 1$):

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

A questo punto, siamo nuovamente nella situazione $0 - 1$; stavolta però non c'è un 1 che possa subito effettuare un prestito, ma uno 0 che, prima di prestare un'unità, dovrà a sua volta richiedere un prestito, generando la situazione seguente:

$$\begin{array}{r}
 0\ 10 \\
 \cancel{1}\ \cancel{0}\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

A questo punto il prestito può essere effettuato: la cifra più a destra da 0 diventerà 10, la successiva da 10 diventerà 1 (diminuisce di un'unità), per cui si ottiene:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 0\ \cancel{10}\ 10 \\
 \cancel{1}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

Ed infine:

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ - \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ = \\
 \hline
 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0
 \end{array}$$

Convertendo tutti e tre i numeri in base decimale, verifichiamo la corrispondenza:

$$(10011001)_2 = (153)_{10}$$

$$(100101)_2 = (37)_{10}$$

$$(01110100)_2 = (116)_{10}$$

E in base 10, possiamo verificare la correttezza del calcolo: $153 - 37 = 116$.

Esercizi

- 1) $1111 - 101$
- 2) $1010 - 11$
- 3) $101110 - 1111$
- 4) $1111000 - 10111$
- 5) $1100110 - 1001$
- 6) $11010101 - 101100$
- 7) $11110000 - 10110001$
- 8) $11000110 - 1100011$
- 9) $10100000 - 111011$
- 10) $10000000 - 101$

Rappresentabilità binaria

All'interno di un calcolatore digitale, tutte le informazioni, non solo i numeri, sono rappresentate tramite sequenze di bit. Numeri, testi, immagini, foto e video sono registrati all'interno del nostro computer sotto forma di successioni di 0 e 1 che il computer sa interpretare perché conosce la "regola" con cui queste informazioni sono state codificate.

Se consideriamo i due bit 0 e 1, con essi è possibile rappresentare solo due informazioni distinte, ad es. Vero/Falso, Nero/Bianco, On/Off, etc. Ad es. possiamo dire al computer di associare allo 0 il valore Falso e all'1 il valore Vero: ogni volta che il computer incontrerà un bit, saprà quale significato dargli.

Se vogliamo rappresentare un maggior numero di informazioni, ad es. codificare i caratteri di cui sono composte le parole, occorre combinare tra loro più bit: maggiore è il numero di bit utilizzato, maggiore è la quantità di informazioni rappresentabili.

Con una coppia di bit si possono avere 4 combinazioni diverse (00, 01, 10 e 11): possiamo associare a ciascuna di esse un significato, ad es. 00 è la primavera, 01 l'estate, 10 l'autunno e 11 l'inverno.

Ancora, con 3 bit si possono avere 8 combinazioni distinte (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 e 111), e così via.

Dunque: con 1 bit otteniamo 2 (ovvero 2^1) combinazioni, con 2 bit ne otteniamo 4 (ovvero 2^2) e con 3 bit 8 (ovvero 2^3). Generalizzando possiamo dire che con N bit possiamo ottenere 2^N combinazioni diverse, ovvero altrettante informazioni distinte.

Esercizi di riepilogo

1. Qual è il sistema di numerazione dei seguenti numeri?
 - a. $(1258)_{10}$
 - b. $(1101)_2$
 - c. $(11001)_9$
2. Converti in binario i seguenti numeri decimali:
 - a. 34
 - b. 121
 - c. 256
3. Converti in binario i seguenti numeri decimali:
 - a. 32
 - b. 101
 - c. 999
 - d. 1000
4. Converti in decimale i seguenti numeri binari:
 - a. 1101
 - b. 011101
 - c. 10100011
 - d. 1100101011
5. Converti in decimale i seguenti numeri binari:
 - a. 001010
 - b. 001101010
 - c. 000000001
 - d. 1010110001
6. Qual è il massimo numero decimale esprimibile con 4 bit?
7. Qual è il massimo numero decimale esprimibile con 10 bit?

8. Eseguire le seguenti somme binarie:

- a. $10011 + 101$
- b. $110111 + 1101$
- c. $11100 + 100010$
- d. $1110110 + 1110110$

9. Eseguire le seguenti somme binarie:

- a. $10110111 + 1011$
- b. $11010011 + 100101$
- c. $100001100 + 1111110$
- d. $111111110 + 10110110$

10. Eseguire le seguenti sottrazioni binarie:

- a. $110011 - 1001$
- b. $110111 - 1101$
- c. $101100 - 10010$
- d. $1110000 - 110110$

11. Eseguire le seguenti sottrazioni binarie:

- a. $100000 - 1011$
- b. $1110011 - 100101$
- c. $100001100 - 111110$
- d. $111111110 - 101111$